



Examens de maturité 2012

APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES OS

Version A

Sauf indication, les résultats doivent être donnés avec 4 décimales.

Problème 1

Un biologiste, chargé de la surveillance de la pollution thermique d'une rivière, relève la température en °C toutes les heures entre 9h et 17h. Le relevé figure dans la table suivante :

Heure	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Température	24.2	25	28.4	29.3	30.3	30.2	27.2	25.8	23.9

1. À l'aide de la méthode de Simpson, calculer la température moyenne T_m de l'eau entre 9h et 17h .
2. Déterminer la température de l'eau à 9h30 et 10h15 à l'aide
 - (a) d'une interpolation linéaire.
 - (b) d'une interpolation quadratique.

Problème 2

On souhaite évaluer $I = \int_0^2 e^{\frac{1}{2}x^2} dx$ par la méthode des trapèzes.

1. Estimer I avec $n = 5$ en arrondissant les valeurs à 5 chiffres significatifs.
2. Déterminer le nombre minimum n d'intervalles pour que l'erreur soit inférieure à 0,001.



Problème 3 :

Soit l'équation $\ln x - x + 2 = 0$ (E)

1. Grâce au théorème de Bolzano, montrer qu'il existe au moins une solution à cette équation dans $]0;1]$ et au moins une dans $[2;4]$.
2. En utilisant la méthode du point fixe :
 - (a) (E) est équivalente à $x = \ln x + 2$
 - i. Montrer que $h(x) = \ln x + 2$ admet un point fixe s_1 unique dans $[2;4]$.
 - ii. Calculer s_1 à 10^{-5} près.
 - (b) Montrer que (E) est équivalente à $x = e^{x-2}$
 - i. Montrer que $g(x) = e^{x-2}$ admet un point fixe s_2 unique dans $]0;1]$.
 - ii. Calculer s_2 à 10^{-3} près.

Problème 4

$$1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} - \frac{1}{36} + \dots$$

1. Écrire une fonction *estimation*(n) qui calcule la somme des n premiers termes de la série.
2. Écrire une fonction *transform*() dans laquelle, le résultat de la fonction précédente est utilisé pour obtenir une estimation de π .

FIN

