



Examens de maturité 2015

Applications des mathématiques

OS

5B, 5D

Version B

Consignes :

- Durée de l'examen : maximum 120 minutes.
Ordre des épreuves : Applications des mathématiques puis Physique.
- Sauf indication propre à l'exercice, effectuer les calculs avec 4 décimales.

Exercice 1

Soit la fonction donnée par $f(x) = x(1 + e^x) - e^x$

1. Montrer que cette fonction admet un zéro unique s dans l'intervalle $[0; 1]$
2. Calculer une valeur approximative s_1 de s en utilisant la méthode de bisection. Stopper les itérations lorsque $|f(x)| < 10^{-2}$. Donner alors le plus petit intervalle contenant s , proposer une valeur approximative s_1 et écrire l'erreur maximale commise.
3. Proposer une fonction h permettant d'appliquer la méthode du point fixe et vérifier que h satisfait aux hypothèses de la méthode du point fixe. En partant de $x_0 = 0.5$, calculer les 6 prochains termes de la suite du point fixe en arrondissant chaque fois à 6 décimales.
4. Vérifier les hypothèses supplémentaires liées à la méthode de Newton. À l'aide des calculs du point 2., choisir une valeur initiale a permettant d'appliquer cette méthode et calculer les 3 prochains termes de la suite de Newton avec 5 décimales.

Exercice 2

Nous disposons du relevé d'expérience suivant, avec des mesures à intervalle régulier en fonction du temps t :

t	1.4	1.7	2	2.3	2.6	2.9	3.2
$f(t)$	5.28	3.74	6.19	8.96	7.05	4.88	5.49

1. Estimer la valeur de $f(1.62)$ à l'aide d'une interpolation linéaire.
2. Estimer $f(1.62)$ à l'aide cette fois-ci d'une interpolation cubique.
3. Déterminer l'aire sous la courbe représentative de $f(t)$ dans l'intervalle $[1.4 ; 3.2]$ par la méthode de Simpson puis par la méthode des trois huit de Newton.

Exercice 3

Le mur d'une habitation est constitué d'une couche de béton et d'une couche de polystyrène d'épaisseur variable x (en cm). La résistance thermique R de ce mur a été mesurée pour diverses valeurs de x et les résultats suivants ont été obtenus :

x	2	4	6	8	10	12	15	20
R	0.83	1.34	1.63	2.29	2.44	2.93	4.06	4.48

- Déterminer l'équation de la droite de régression de R par rapport à x .
- Quelle résistance thermique peut-on espérer avec une épaisseur de polystyrène de 25 cm ? Pour quelle épaisseur, la résistance thermique sera-t-elle de 3.68 ?
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et R et commenter.
- Déterminer les valeurs a et b d'un ajustement par une courbe $R = a\sqrt{x} + b$. Quelle résistance en déduire pour une épaisseur de polystyrène de 25 cm ? Pour quelle épaisseur la résistance thermique sera-t-elle de 3.68 ?

Exercice 4

Une usine fabrique 4 produits P_1, P_2, P_3, P_4 nécessitant une certaine quantité d'équipement, de main-d'œuvre et de matière première indiqués dans le tableau ci-dessous.

	P_1	P_2	P_3	P_4	disponibilité
Équipement	2	4	8	6	100
main d'œuvre	10	8	6	10	160
matière première	1	1	2	2	20
bénéfice	50	40	70	80	

- Écrire le système d'inéquations régissant ce problème
- Déterminer les quantités de chaque produit permettant d'avoir un bénéfice maximum. Quelle est la valeur du bénéfice ainsi obtenu ?
- Reste-t-il quelque chose de disponible ? si oui, quoi et combien ?

FIN

Bon travail!