

Examens de maturité 2018

Applications des mathématiques	OS	5D	Version A
--------------------------------	----	----	-----------

- Consignes :
- Durée de l'examen : maximum 120 minutes.
 - Sauf indication propre à l'exercice, effectuer les calculs avec 4 décimales.

Problème 1

Soit l'équation $3x^7 - 4x^2 - 1 = 0$

- 1) Esquisser le graphe de la fonction $f(x) = 3x^7 - 4x^2 - 1$ dans l'intervalle $[-1; 1.5]$.
- 2) Rechercher une solution de cette équation, avec la méthode de la bisection, en partant de l'intervalle de votre choix et en s'arrêtant lorsque l'intervalle est de longueur 0,002. Indiquer alors le zéro approximatif.
- 3) Faire de même avec la méthode de Newton en prenant $x_0 = 1$ et en calculant 5 itérations en utilisant à chaque fois la précision maximale de la machine à calculer. Donner la solution avec toutes les décimales fournies.

Problème 2

On lance une fusée verticalement du sol et on mesure pendant les premières 80 secondes l'accélération γ :

t (en s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
γ (en $m \cdot s^{-2}$)	30	31.63	33.44	35.47	37.75	40.33	43.29	46.70	50.67

- 1) A l'aide d'une interpolation cubique (sans lissage), déterminer l'accélération γ après 45 s ?

- 2) Sachant que l'accélération γ est la dérivée de la vitesse V , on a $V(t) = \underbrace{\int_0^t \gamma(s) ds}_I$.

Calculer la vitesse V de la fusée à l'instant $t = 80$ s, par la méthode des trapèzes puis par celle de Simpson.

Problème 3

L'entreprise Variotech doit, dans le processus de fabrication de ses 4 produits alpha, beta, gamma et delta, utiliser trois phases successives d'opération : l'usinage des pièces, l'assemblage et la finition. Le tableau suivant nous indique les temps de passage requis dans les différents ateliers en heures/unité, les disponibilités de chacun des ateliers ainsi que le bénéfice estimé de chaque produit.

Produit	Usinage	Assemblage	Finition	Bénéfice
Alpha	3	1	2	15
Beta	4	3	5	16
Gamma	5	2	3	18
Delta	7	2	3	17
Disponibilité	42	25	24	

Déterminer le programme de fabrication complet (nombre d'unités de chaque produit et disponibilités éventuelles) qui maximise le bénéfice de l'entreprise. Donner également la valeur du bénéfice obtenu.

Problème 4

Nous disposons du tableau suivant qui donne le nombre B de bactéries dans une culture au temps t .

t	0.13	0.57	0.86	1.22	1.81	2.04	2.35	2.48	2.54	2.66	3.06	3.27
B	4.99	5.45	6.86	8.87	10.81	13.70	16.25	17.44	18.31	19.30	20.96	24.54

1) Nous supposons une relation entre le temps t et le nombre de bactéries $B(t)$ de type :

$$B(t) = B_0 3^{k(t-7)}$$

Déterminer B_0 et k par la méthode des moindres carrés après avoir linéarisé le problème.

2) Déterminer le nombre de bactéries dans la culture au temps $t = 10.4$, arrondir à l'entier le plus proche.

FIN