

Examens de maturité 2018

Mathématiques Renforcées

DF

5A, 5E, 5G, 5I

Version A

Problème 1

Soit la fonction donnée par $f(x) = 10xe^{-(x^2)}$.

1. Faire l'étude complète de la fonction f et construire sa représentation graphique.
2. Calculer l'aire délimitée par la courbe représentative de f , l'axe O_x , $x = -1$ et $x = 1$.

Problème 2

1. Soit l'homomorphisme de \mathbb{R}^3 vers \mathbb{R}^2 défini par $h((x, y, z)) = (x + y, x - y + z)$.
 - (a) Déterminer $\ker(h)$.
 - (b) Déterminer $\text{Im}(h)$.
 - (c) Déterminer l'ensemble S des vecteurs de \mathbb{R}^3 dont l'image est $(1, 3)$.
2. Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Déterminer M^n après avoir diagonalisé M .

Problème 3

Soit les plans $\alpha : 4x - 3y + z + 10 = 0$ et $\beta : x - 4y + 3z + 1 = 0$.

1. (a) Prouver que la droite d'équations $e : \begin{cases} x=2+4 \cdot k \\ y=1+5 \cdot k \\ z=5-k \end{cases}$, avec $k \in \mathbb{R}$, est parallèle à α .
(b) Déterminer l'équation cartésienne du plan γ orthogonal à α et qui contient la droite e .
2. Montrer que le point $C(-3, 2, 1)$ est équidistant à α et à β .
3. Déterminer l'équation cartésienne de la sphère de centre C et tangente aux deux plans α et β .

Problème 4

L'équipe de Suisse de football gagne un match sur trois, fait égalité un match sur deux et perd un match sur six.

Lorsqu'elle gagne, elle marque un but une fois sur quatre et deux buts trois fois sur quatre. Lorsqu'elle perd ou fait égalité, elle marque un but une fois sur cinq et n'en marque pas durant les autres matchs.

1. Quelle est la probabilité que la Suisse marque deux buts dans chacun de ses trois prochains matchs ?
2. Quelle est la probabilité lors d'un match que la Suisse marque soit un, soit deux buts ?
3. Sachant que l'équipe de Suisse a marqué au total deux buts lors des deux derniers matchs, quelle est la probabilité qu'elle ait gagné ces deux matchs ?
4. Combien de matchs l'équipe de Suisse doit-elle jouer pour s'assurer que la probabilité d'en gagner au moins un soit supérieure à 99% ?
5. Si l'équipe de Suisse gagne trois matchs consécutifs, Max est prêt à donner CHF 13.- à Lisa. Quelle somme devrait lui donner Lisa dans le cas contraire afin que le jeu soit équitable ?

Problème 5

1. Déterminer $\int_0^1 x e^{-x} dx$
2. Approximer $\int_0^1 x e^{-x} dx$ à l'aide du développement en série entière d'ordre 5 de la fonction exponentielle.
Quelle est alors l'erreur relative commise ?

FIN